

SESIÓN 13

LA PARÁBOLA

I. CONTENIDOS:

1. Parábola.
2. Parábola con vértice en el origen.
3. Parábola con vértice fuera del origen.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Distinguirá el concepto de vértice entendiéndolo como un valor máximo o mínimo.
- Determinará las propiedades de la parábola.
- Calculará los puntos de intersección con los ejes.
- Transformará de la forma general a la forma paramétrica.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

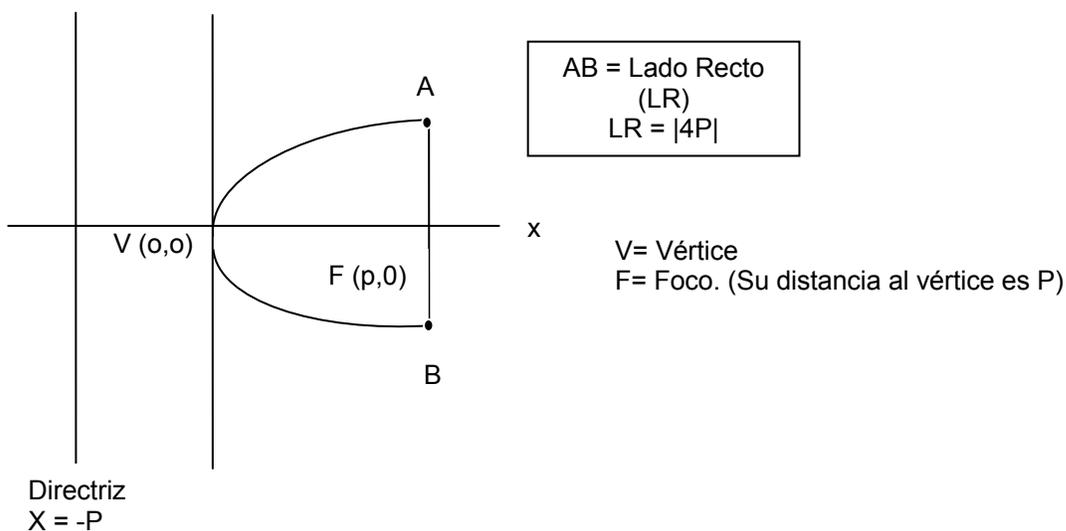
Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- Piensa en algún movimiento que describa una curva no circular y di cuál es.
- ¿Cuántos tipos diferentes de curvas conoces?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. La parábola

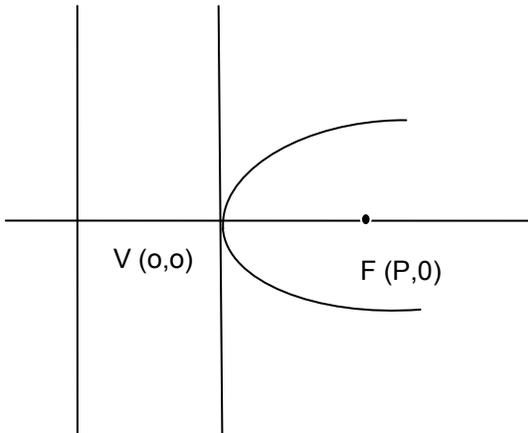
Una parábola es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco, y de una recta fija llamada directriz. Los elementos de la parábola se ilustran en la siguiente figura:



2.1. Parábola con vértice en el origen

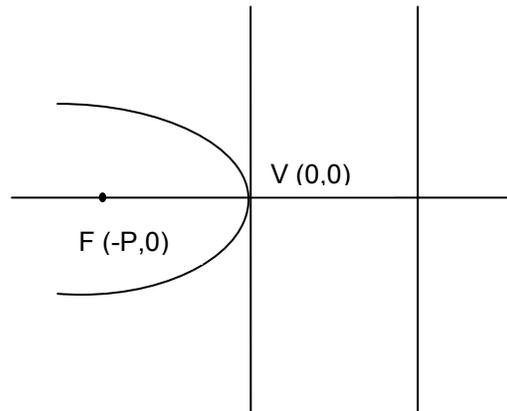
La ecuación de la parábola tiene diversas formas que se muestran en las siguientes figuras.

Directriz $x = -P$

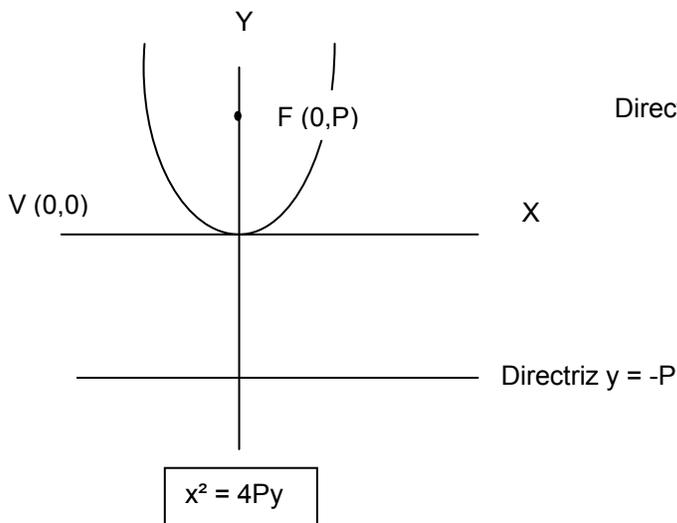


$$y^2 = 4Px$$

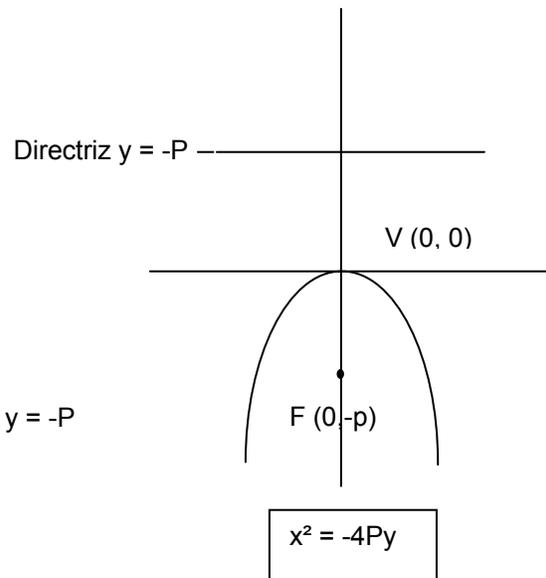
Directriz $x = -P$



$$y^2 = -4Px$$



$$x^2 = 4Py$$



$$x^2 = -4Py$$

Ejemplo:

Determinar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco (0,5) así como la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

El foco es (0,5) por lo que es de la forma (0, P) donde $P = 5$, por lo que:

$$x^2 = 4Py$$

Su directriz es:

$$x^2 = 4(5)y \qquad y = -p$$

$$x^2 = 20y \qquad y = -5$$

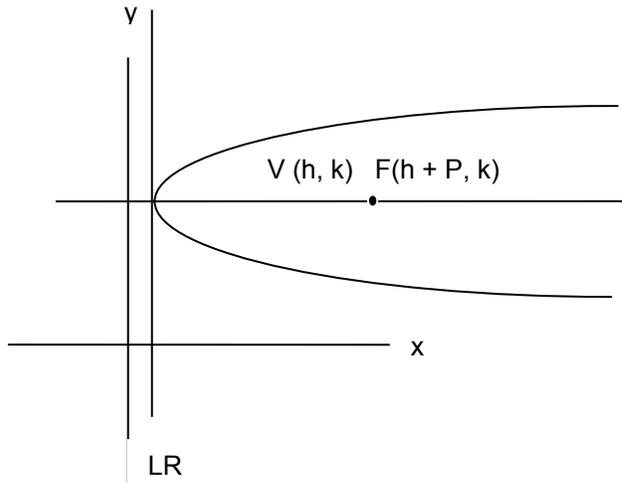
Y su lado recto es:

$$LR = |4P| = |4(5)| = |20|$$

$$LR = 20$$

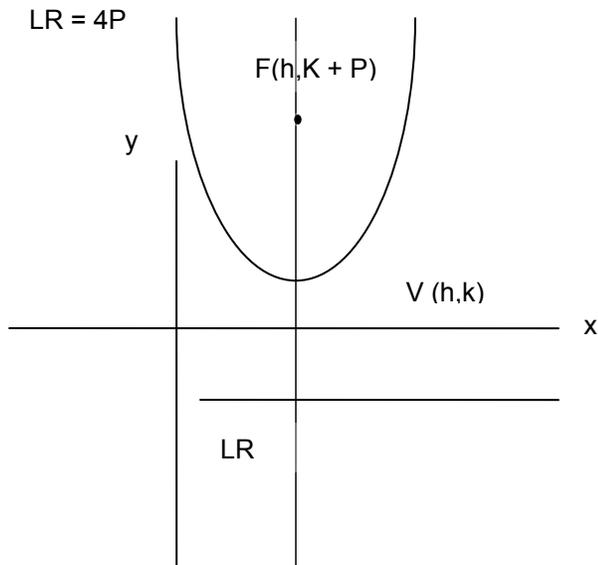
3.1. Parábola con vértice fuera del origen

Para este caso, las siguientes figuras ilustran los elementos de una parábola con vértice fuera del origen.



$$(y-k)^2 = 4P(x-h)$$

F a la derecha de V abre a la derecha
 $4P > 0$
 F a la izquierda de V abre a la izquierda
 $4p < 0$

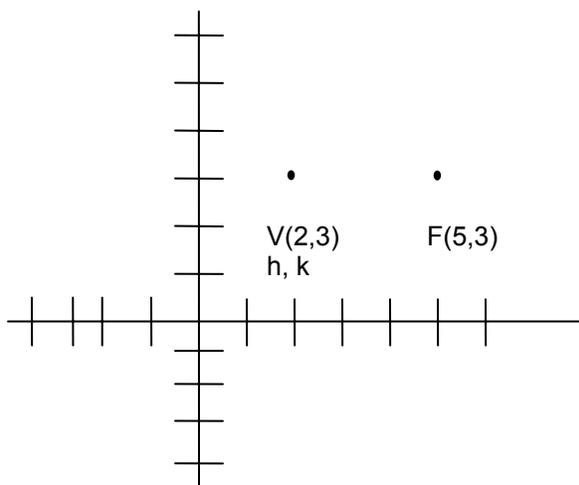


$$(x - h)^2 = 4P(y - k)$$

F arriba de V abre hacia arriba $4P > 0$
 la parábola abre hacia arriba.
 F debajo de V abre hacia abajo $P < 0$

Ejemplo

Determinar la ecuación de la parábola con vértice en $V(2,3)$ y foco $(5,3)$. Determinar también el lado recto y la ecuación de su directriz.



Estas coordenadas nos dicen que la parábola abre hacia la derecha por lo que su ecuación es de la forma $(y-k)^2 = 4P(x-h)$

Con lo anterior se sabe que P es positiva y si en $F(h + P, k)$ $h + P = 5$ entonces $P = 5 - h$, $P = 5 - 2$, Por lo que $P = 3$ entonces la ecuación queda:

$$(y-3)^2 = 4(3)(x-2)$$

$$(y-3)^2 = 12(x-2)$$

La ecuación de la directriz es:

$$X = h - P$$

$$X = 2 - 3$$

$$X = - 1$$

Y su lado recto

$$LR = | 4P |$$

$$LR = | 4(3) |$$

$$LR = 12$$

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Determina la ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco el punto $(0,-3)$.
2. Determina la ecuación de la parábola con vértice en el origen y directriz la recta $y-5=0$.
3. Una parábola cuyo vértice esta en el origen y cuyo eje coincide con el eje X pasa por el punto $(-2,4)$. Determina su ecuación, coordenadas del foco, ecuación de la directriz y lado recto.

B. Resuelve el Problema Reto.

Determina la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje x y que pasa por los puntos $(0,0)$, $(8,-4)$ y $(3,1)$.